TRAO ĐỔI VỚI QUÝ THẦY CÔ VỀ VIỆC BỒI DƯỠNG HSG - MÔN TOÁN-LỚP 9

I. CẤU TRÚC ĐỀ HSG LỚP 9 - CẤP TỈNH QUẢNG NGÃI NHỮNG NĂM GẦN ĐÂY

1. SỐ HỌC (4 điểm)
2. ĐẠI SỐ (8 điểm)
3. HÌNH HỌC (7 điểm)
4. TỔ HỢP (1 điểm)

II. CÁC CHỦ ĐỀ THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ THI

1. Biểu thức đại số
2. Phương trình
3. Hệ phương trình
4. Đa thức
5. Hàm số
6. Số học
7. Hình học
8. Bất đẳng thức và bài toán cực trị
9. Tổ hợp

III. CHI TIẾT MỘT SỐ DẠNG TOÁN TRONG TỪNG CHỦ ĐỀ

1/ Với chủ đề 1. Biểu thức đại số

A. Kiến thức cơ bản

I. Hằng đẳng thức đáng nhớ

II. Một số tính chất của lũy thừa, căn thức bậc hai

III. Các phép toán trên căn bậc hai

B. Một số dạng toán thường gặp

Dạng 1. Rút gọn biểu thức

Dạng 2. Trong bài toán biểu thức chứa tham số này thường gặp các câu hỏi:

1/ Rút gọn biểu thức A (Hoặc chứng minh $A = \ldots$ khi biết kết quả)

2/ Tính giá trị biểu thức A khi biết x.

3/ Cho giá trị của A, tìm x.

4/ Tìm x để A nguyên, A lớn nhất, A nhỏ nhất, $A > m$, $A \le m \ldots$

Nhớ điều kiện, giải quyết ycbt, so điều kiện.

2/ Với chủ đề 2. Phương trình

+ Phương trình bậc hai chứa tham số, liên quan ĐL viet.

+ Phương trình tổng hợp (thường là pt vô tỉ)

PP 1. Biến đổi tương đương
PP 2. Đặt ẩn phụ
PP 3. Sử dụng hằng đẳng thức
PP 4. Sử dụng lượng liên hợp
PP 5. Phương pháp đánh giá
PP 6. Đưa về hệ
PP 7. Dùng tính đơn điệu của hàm số
PP 8. Phương trình, bất phương trình vô tỉ chứa tham số

3/ Với chủ đề 3. Hệ phương trình (thường là giải hệ)

Chú ý 1. Có thể giải riêng từng phương trình sau đó kết hợp hai trường hợp để tìm nghiệm của hệ

Chú ý 2. Có thể nhận xét một ẩn nào đó khác không, chia 2 vế của pt cho lũy thừa của ẩn đó để đưa về pt tích hoặc là pt bậc 2.

Chú ý 3. Có thể đưa một pt về dạng tích của các pt bậc nhất, bậc hai hai ẩn.

Chú ý 4. Có thể xem một pt của hệ là pt bậc hai theo một ẩn và xem ẩn kia là tham số.

Chú ý 5. Biến đổi hệ rồi đặt ẩn phụ thích hợp để đưa hệ về hệ đã gặp.

VD. Giải các hệ pt sau trên tập số thực $\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$

C1 : $t=\sqrt{xy}$, từ (1) ta có $x+y=3+t$, bình phương hai vế của (2) ta được

$x+y+2+2\sqrt{xy+x+y+1}=16$, thay $xy=t^2$, $x+y=3+t$ vào và giải ta được $t=3$

ĐS. Hệ có nghiệm $(3;3)$.

C2 : $u=\sqrt{xy}, v=x+y$

C3 : $pt(1) \Leftrightarrow 2(x+y)-2\sqrt{xy}=6 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2+x+y=6 \Rightarrow x+y\le 6$

$16=VT(2)\le 2(x+y+2) \Rightarrow x+y\ge 6$

C4 : $(1).2-(2).4=-10 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2+(\sqrt{x+1}-2)^2+(\sqrt{y+1}-2)^2=0$

4/ Với chủ đề 4. Đa thức

Kiến thức 1. Đa thức.

2. Một số tính chất cần nắm.

3. Những định lý quan trọng: Định lý Bézout, Định lý Schur, Định lý Dirichlet về số nguyên tố, Định lý về dãy tuần hoàn, Bổ đề Hensel, Công thức nội suy Lagrange.

Dạng toán thường gặp

1. Tìm đa thức, bậc của đa thức
2. Xác định đa thức dư khi biết một số
3. Nghiệm của đa thức
4. Giá trị của đa thức
5. Cực trị của đa thức
6. Tìm tổng các hệ số của đa thức, tổng các hệ số theo lũy thừa chẵn, lẻ, biết khai triển nhị thức Niuton.

5/ Với chủ đề 5. Hàm số

Kiến thức cần nhớ: ĐN, đơn điệu, đồ thị,…của các hàm số $y=ax+b$, $y=ax^2$

Dạng toán thường gặp

- Dạng 1. Tìm hàm số thỏa yếu tố nào đó: (Đồng biến, Nghịch biến, hệ số góc đường thẳng….)
- Dạng 2. Dạng toán liên quan đến đồ thị hàm số
- Dạng 3.Tương giao giữa hai đồ thị, tương giao giữa đồ thị với các trục tọa độ, dẫn đến bài toán liên quan chu vi và diện tích các hình tam giác, hình thang…

6/ Với chủ đề 6. Số học

+ Một số dạng toán về: Chia hết, ước bội, số nguyên tố, chính phương, …
+ Phương trình nghiệm nguyên

Phương pháp dùng tính chất chia hết
Phương pháp xét số dư từng vế
Phương pháp sử dụng bất đẳng thức
Phương pháp dùng tính chất của số chính phương
Phương pháp lùi vô hạn
Nguyên tắc cực hạn

7/ Với chủ đề 7. HÌNH HỌC

Dạng 1. Một số dạng toán chứng minh
Dạng 2. Một số dạng toán về tính độ dài các cạnh, tính góc, chu vi và diện tích một số hình
Dạng 3. Một số dạng toán về quỹ tích và dựng hình
Dạng 4. Một số dạng toán cực trị hình học

8/ Với chủ đề 8. BẤT ĐẲNG THỨC VÀ BÀI TOÁN CỰC TRỊ

+ Phương pháp 1. BĐT Cổ điển (Cauchy, BĐT Bunhiacopsky, BĐT trị tuyệt đối, BĐT tam giác)
+ Phương pháp 2. Phương pháp chọn điểm rơi
+ Phương pháp 3. Sử dụng phương pháp đặt biến phụ
+ Phương pháp 4. Sử dụng biểu thức phụ
+ Phương pháp 5. Phương pháp miền giá trị
+ Phương pháp 6. Phương pháp xét từng khoảng giá trị
+ Phương pháp 7. Phương pháp hình học

BÀI TOÁN CỰC TRỊ

+ PP 1. Đưa về tổng bình phương
+ PP 2. Dùng BĐT trong dấu trị tuyệt đối
+ PP 3. Dùng phương pháp tam thức bậc hai
+ PP 4. Dùng cân bằng hệ số trong các BĐT cổ điển: CauChy, BuNhiacopsky, ….

Cực trị của hàm nhiều biến

9/ **Với chủ đề 9.** Tổ hợp

Chủ đề 1. Các dạng toán về nguyên lý Dirichlet
Chủ đề 2. Các bài toán về ứng dụng nguyên lý cực hạn
Chủ đề 3. Các bài toán về đại lượng bất biến và ứng dụng
Chủ đề 4. Một số bài toán tổ hợp suy luận tổng hợp

IV. HƯỚNG DẪN CÁCH LÀM BÀI THI VÀ DỰ KIẾN ĐỀ RA

1/ Dự kiến đề thi

CŨ: - Dựa vào cấu trúc, bám theo yêu cầu của cấp trên
- Dạng giống như những năm trước đó, có những bài dễ để học sinh làm được điểm

MỚI:

- Ra để đổi đề theo các hướng kết hợp phần này và phần kia
- Theo dõi cách ra đề của một số tỉnh trong vài năm gần đây để kiếm tìm cái mới
- Chế biến cái mới theo năm tổ chức kỳ thi

BIỂU THỨC

Câu 1. Cho biểu thức $Q=\left(\dfrac{x-2\sqrt{x}}{x-4}-\dfrac{x-x\sqrt{x}-6}{x+\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}\right).\dfrac{x+39}{x+3\sqrt{x}-10}$

a/ Rút gọn Q

ĐKXĐ: $x\neq 4; x\neq 1; x\geq 0$, ta có :

$$Q=\left[\frac{x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{x-x\sqrt{x}-6}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right].\frac{x+39}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-x+x\sqrt{x}+6+\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}.\frac{x+39}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$=\frac{x\sqrt{x}-x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}.\frac{x+39}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{\left(x-4\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}.\frac{x+39}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$=\frac{x+39}{\sqrt{x}+5}$$

b/ Tìm x để Q đạt giá trị nhỏ nhất

* ĐK. $x \neq 4; x \neq 1; x \geq 0$,

* Ta có: $Q = \dfrac{x+39}{\sqrt{x}+5} = \dfrac{\sqrt{x^2}-25+64}{\sqrt{x}+5} = \sqrt{x}-5+\dfrac{64}{\sqrt{x}+5} = \sqrt{x}+5+\dfrac{64}{\sqrt{x}+5}-10$

Áp dụng BĐT Co-si cho hai số dương $\sqrt{x}+5; \dfrac{64}{\sqrt{x}+5}$ ta được :

$$\sqrt{x}+5+\frac{64}{\sqrt{x}+5} \geq 2\sqrt{\left(\sqrt{x}+5\right).\frac{64}{\sqrt{x}+5}} = 16 \Rightarrow Q \geq 16-10=6$$

$$Q=6 \Leftrightarrow \sqrt{x}+5=\frac{64}{\sqrt{x}+5} \Leftrightarrow \sqrt{x}+5=8 \Leftrightarrow x=9(tm)$$

* Vậy $\min Q = 6 \Leftrightarrow x = 9$.

Lâu nay ta cứ rút gọn, ta cho rút gọn dưới dạng khác: Tính giá trị của biểu thức mà x thỏa PT

1/ Tính giá trị biểu thức (Rút gọn biểu thức) $P = \dfrac{x^5-4x^3-17x+9}{x^4+3x^2+2x+11}$ với x thỏa mãn $\dfrac{x}{x^2+x+1} = \dfrac{1}{4}$

Lời giải

Ta có :

$$\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x = x^2+x+1 \Leftrightarrow x^2 = 3x-1.$$

Khi đó :

$$x^3 = x^2.x = (3x-1)x = 3x^2 - x = 3(3x-1)-1 = 8x-3$$

$$x^4 = x^3.x = (8x-3).x = 8x^2-3x = 8(3x-1)-3x = 21x-8$$

$$x^5 = x^4.x = (21x-8).x = 21x^2-8x = 21(3x-1)-8x = 55x-21$$

$$\Rightarrow P = \frac{x^5-4x^3-17x+9}{x^4+3x^2+2x+11} = \frac{55x-21-4(8x-3)-17x+9}{21x-8+3(3x-1)+2x+11} = \frac{6x}{32x} = \frac{3}{16}$$

Vậy với $x \neq 0 \Rightarrow P = \dfrac{3}{16}$

2/ Cho hai số a,b thỏa mãn điều kiện $a-b=1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = a^4 - 4ab^3 + 3a^2b^2 - a^3b - 3a^2b + b^4$$

Lời giải.

$$a-b=1 \Leftrightarrow a=b+1$$

$$P = a^4 - 4ab^3 + 3a^2b^2 - a^3b - 3a^2b^2 + b^4$$

$$= (b+1)^4 - 4(b+1)b^3 + 3(b+1)^2b^2 - (b+1)^3b - 3(b+1)^2b + b^4$$

$$= b^4 + 4b^3 + 6b^2 + 4b + 1 - 4\left(b^4+b^3\right) + 3\left(b^4+2b^3+b^2\right)$$

$$-\left(b^4+3b^3+3b^2+b\right) - 3\left(b^3+2b^2+b\right) + b^4 = 1$$

Câu 2. Cho biểu thức $A = \dfrac{9}{x-\sqrt{x}-2} + \dfrac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ $\left(x \geq 0, x \neq 4\right)$

a/ Rút gọn biểu thức A.

b/ Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A nhận giá trị nguyên

Lời giải.

a/ ĐK. Với $x \ge 0, x \ne 4$. Ta có :

$$A = \frac{9}{x-\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} = \frac{9+\left(2\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$= \frac{9+2x+\sqrt{x}-10-x+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = 1+\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

* Kết luận $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$, với $x \ge 0, x \ne 4$.

b/ Để biểu thức A nhận giá trị nguyên thì $\dfrac{2}{\sqrt{x}-2} \in \mathbb{Z}$.

$\Rightarrow \sqrt{x}-2 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow x \in \{1;9;0;16\}\,(tmdk)$

Vậy $x \in \{1;9;0;16\}$ thì A là một số nguyên.

Có thể thay đổi

Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức $A \le 6, A > 4, \ldots$ bẫy điều kiện của x.

Câu 3. Tính giá trị của biểu thức $B = \left(10x^2-30x+11\right)^{2020} + \dfrac{\left(2x^3-6x+3\right)^{2021}}{x^5-3x^4+x^3-1}$ khi $x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Ta có : $x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow (2x-3)^2 = 5 \Leftrightarrow 4x^2-12x+4=0 \Leftrightarrow x^2-3x+1=0$

Lại có $10x^2-30x+11 = 10\left(x^2-3x+1\right)+1 = 10.0+1 = 1$

$\Rightarrow 2x^2-6x+3 = 2x^2-6x+2+1 = 2\left(x^2-3x+1\right)+1 = 2.0+1 = 1$

$\Rightarrow x^5-3x^4+x^3-1 = x^3\left(x^2-3x+1\right)-1 = 0-1 = -1$

Vậy $B = 0$.

Bình

Câu 4. Cho $0 < x < 2$ thỏa mãn: $\dfrac{3\left(x^2+5x-1\right)}{x^2+x-1} + 23 = \dfrac{24\left(x^2+3x-1\right)}{x^2+2x-1}$

Tính giá trị của biểu thức: $T = \left(x^2-x-2\right)^{2022} + \dfrac{1}{\left(x^2-x\right)^{2023}}$.

Điều kiện $\begin{cases} x^2+x-1 \ne 0 \\ x^2+2x-1 \ne 0 \end{cases}$

$$\frac{3\left(x^2+5x-1\right)}{x^2+x-1} + 23 = \frac{24\left(x^2+3x-1\right)}{x^2+2x-1} \Leftrightarrow \frac{3\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)+5\right]}{\left(x-\frac{1}{x}\right)+1} + 23 = \frac{24\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)+3\right]}{\left(x-\frac{1}{x}\right)+2}$$

Đặt $t = x - \dfrac{1}{x}$ có phương trình trở thành: $t^2-3t+2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$.

$$\left[\begin{array}{l} x-\dfrac{1}{x}=1 \\ x-\dfrac{1}{x}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-1=0 \\ x^2-2x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x=1+\sqrt{2};\ x=1-\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Vì $0<x<2$ và đối chiếu điều kiện nên có được $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x^2-x-1=0$

Vậy $T=\left(x^2-x-2\right)^{2022}+\dfrac{1}{\left(x^2-x\right)^{2023}}$

$$=\left(x^2-x-1-1\right)^{2022}+\frac{1}{\left(x^2-x-1+1\right)^{2023}}=(-1)^{2022}+\frac{1}{(1)^{2023}}=2$$

CÁCH NHÌN NHẬN VÀ THAY ĐỔI ĐỐI VỚI BÀI TRÊN

Thay đổi biểu thức trong ngoặc để nó nhận giá trị 1 hoặc -1….

Biểu thức trong ngoặc luôn thay đổi được

Câu 5. Cho $0<x<y$ thỏa mãn $2x^2+2y^2=5xy$ .Tính: $E=\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} 2x^2+2y^2=5xy &\Leftrightarrow 2x^2-xy+2y^2-4xy=0 \\ &\Leftrightarrow x(2x-y)+2y(y-2x)=0 \\ &\Leftrightarrow (2x-y)(x-2y)=0 \\ &\Leftrightarrow 2x=y \quad (do\ \ 0<x<y) \end{aligned}$$

Vậy $E=\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}=\dfrac{5x^2}{-3x^2}=-\dfrac{5}{3}$.

Câu hay: Từ một đẳng thức, suy ra mối quan hệ giữa x và y để thế vào biểu thức

Câu 6. Cho $x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}}+\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$. Tính giá trị biểu thức $P=\left(2x^3-6x+2008\right)^{2021}$.

Lời giải.

Từ $x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}}+\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}} \Leftrightarrow x^3=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}+3-2\sqrt{2}+3x$

$$\Leftrightarrow x^3-3x=6 \Leftrightarrow x^3-3x-6=0$$

Ta có: $2x^3-6x+2008=2\left(x^3-3x-6\right)+2020=2020$

Vậy $P=2020^{2021}$

Đổi mũ 2023 hoặc KQ bằng 2023

Câu 7.

1/ Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $xy+\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}=1$. Tìm giá trị của biểu thức

$T=x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}+2019.$

$xy+\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}=1 \Leftrightarrow \sqrt{(1+x)^2(1+y)^2}=1-xy \Rightarrow (1+x^2)(1+y^2)=(1-xy)^2$

(đk $xy \le 1$**)**

$\Leftrightarrow 1+x^2+y^2+x^2y^2=1-2xy+x^2y^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+2xy=0 \Leftrightarrow (x+y)^2=0 \Leftrightarrow y=-x$

$\Rightarrow x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}=x\sqrt{1+x^2}-x\sqrt{1+x^2}=0$

Vì vậy $T=x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}+(x+y)^{2022}+2023=2023$

Chuyển qua bình phương, rút gọn được hằng đẳng thức

Đổi bài toán thành

C1/ Tính giá trị biểu thức $T=(x)^{2023}+(y)^{2023}$

C2/ Tính $T=\left(\frac{x}{y}\right)^{2023}+\left(\frac{y}{x}\right)^{2022}+2023$

C3/ Tìm cách cho giả thiết $x=-2y \Leftrightarrow (x+2y)=0$

4. ĐA THỨC

1/ Cho đa thức $P(x)$ với các hệ số nguyên thỏa mãn $P(2019).P(2020)=2021$. Chứng minh rằng đa thức $P(x)-2022$ không có nghiệm nguyên

Giả sử đa thức $P(x)-2022$ có nghiệm nguyên $x=a$, khi đó

$P(x)-2022=(x-a)Q(x) \Leftrightarrow P(x)=2022+(x-a)Q(x)$ (với $Q(x)$ là đa thức hệ số nguyên). Khi đó :

$P(2019)=2022+(2019-a)Q(2019)$

$P(2020)=2022+(2020-a)Q(2020)$

Mà $P(2019).P(2020)=2021 \Rightarrow \left[2022+(2019-a)Q(2019)\right]\left[2022+(2020-a)Q(2020)\right]=2021$

$\Leftrightarrow 2022^2+2022\left[(2019-a)Q(2019)+(2020-a)Q(2020)\right]+$

$(2019-a)(2020-a)Q(2019).Q(2020)=2021(*)$

Do $(2019-a)(2020-a)$ là tích hai số tự nhiên liên tiếp, suy ra vế trái của (*) là số chẵn

Vậy không tồn tại a để đẳng thức $(*)$ xảy ra. Hay đa thức $P(x)-2022$ không có nghiệm nguyên.

Đổi số

Câu 8. Cho a, b, c là ba số thực phân biệt thỏa mãn $\frac{a^3+1}{a}=\frac{b^3+1}{b}=\frac{c^3+1}{c}$. Chứng minh rằng $abc+1=0$.

Đặt $\frac{a^3+1}{a}=\frac{b^3+1}{b}=\frac{c^3+1}{c}=m$. Ta có $\begin{cases} a^3-ma+1=0 \\ b^3-mb+1=0 \\ c^3-mc+1=0 \end{cases}$ nên a,b,c là 3 nghiệm của đa thức

$f(x)=x^3-mx+1$

Do $f(x)$ có 3 nghiệm a,b,c nên $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$

Từ đó suy ra $x^3-mx+1=(x-a)(x-b)(x-c), \forall x \in \mathbb{R}$

Đồng nhất hệ số 2 vế ta được $-abc=1 \Rightarrow abc+1=0$

Câu 9. Cho đa thức $P(x)=x^3+ax+b$ có nghiệm $1+\sqrt{3}$ (a,b là các số hữu tỉ. Chứng minh $P(x)$ chia hết cho đa thức x^2-2x-2.

Lời giải.

Ta có $P\left(1+\sqrt{3}\right)=0$ nên $\left(1+\sqrt{3}\right)^2+a\left(1+\sqrt{3}\right)+b=0$ hay $\left(a+b+10\right)+\left(a+6\right)\sqrt{3}=0$

Vì a,b là các số hữu tỉ nên $a+b+10, a+6$ cũng là các số hữu tỉ nên theo kết quả quen thuộc "nếu A, B là các số hữu tỉ thỏa mãn $A+B\sqrt{3}=0$ thì $A=B=0$, ta suy ra $\begin{cases} a+b+10=0 \\ a+6=0 \end{cases}$.

Khi đó : $P\left(1-\sqrt{3}\right)=\left(a+b+10\right)-\left(a+6\right)\sqrt{3}=0$

Điều này có nghĩa $P\left(x\right)$ có nghiệm là $1-\sqrt{3}$. Suy ra $P\left(x\right)$ chia hết cho

$\left[x-\left(1+\sqrt{3}\right)\right]\left[x-\left(1-\sqrt{3}\right)\right]=x^2-2x-2$

Câu 10. Biết đa thức $x^4+4x^3+6px^2+4qx+r$ chia hết cho đa thức x^3+3x^2+9x+3. Tính giá trị biểu thức $\left(p+q\right)r$

Lời giải.

Giả sử $x^4+4x^3+6px^2+4qx+r=\left(x+a\right)\left(x^3+3x^2+9x+3\right)$

$=x^4+\left(a+3\right)x^3+\left(3a+9\right)x^2+(9a+3)x+3a$

Đồng nhất thức các hệ số cùng bậ hai vế, ta được : $\begin{cases} 4=a+3 \\ 6p=3a+9 \\ 4q=9a+3 \\ r=3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ p=2 \\ q=3 \\ r=3 \end{cases}$

Suy ra $\left(p+q\right).r=15$.

BÀI HÀM SỐ