**Chương**

**2**

**PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**

**PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

**I/ Khái niệm về phân thức đại số .**

**1/ Định nghĩa.**

Phân thức đại số *(hay còn gọi là phân thức)* là một biểu thức có dạng , với A và B là các đa thức, B khác đa thức 0.

Trong đó, A được gọi là tử thức (hay tử), B là mẫu thức (hay mẫu).

**2/ Hai phân thức bằng nhau.**

Hai phân thức  và  được gọi là bằng nhau nếu .

**II/ Tính chất cơ bản của phân thức.**

**1/Tính chất cơ bản.**

* Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

 *(M khác 0).*

* Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

 *(N là nhân tử chung của A và B).*

**2/ Quy tắc đổi dấu.**

* Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

; .

**3/ Rút gọn phân thức.**

Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng để được phân thức mới *( đơn giản hơn)* thì cách làm đó được gọi là rút gọn phân thức.

Muốn rút gọn một phân thức, ta làm theo 2 bước :

* Bước 1: Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần).
* Bước 2: Tìm nhân tử chung của tử và mẫu rồi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

**4/ Quy đồng mẫu thức**

* Bước 1: Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung.
* Bước 2: Tìm nhân tử phụ của mỗi mẫu thức;
* Bước 3: Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

**III/ Điều kiện xác định và giá trị của phân thức.**

* Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.
* Cho phân thức đại số  . Giá trị của biểu thức tại những giá trị cho trước của các biến để giá trị của mẫu thức khác 0 được gọi là giá trị của phân thức  tại những giá trị cho trước của các biến đó.

***Chú ý :*** *Nếu tại giá trị của biến mà giá trị của một phân thức được xác định thì phân thức đó và phân thức rút gọn của nó cùng một giá trị .*

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

|  |
| --- |
| Dạng 1: Tìm điều kiện xác định và giá trị của phân thức |
| * Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi điều kiện để giá trị của phân thức được xác định. * Để tìm giá trị phân thức ta thay giá trị của biến vào phân thức và thực hiện phép tính. |

**Ví dụ 1.** Tìm điều kiện xác định của mỗi phân thức sau :

a) 

b) 

c) 

d) 

*Lời giải:*

a) Phân thức xác định khi  hay  .

b) Phân thức xác định khi  hay  .

c) Phân thức xác định khi  hay  .

d) Phân thức xác định khi  hay  và 

**Ví dụ 2.** Tính giá trị của phân thức

a)  với  tại .

b)  với  tại .

c)  với  tại .

*Lời giải:*

a/ Với x = 2 thì giá trị của phân thức là :  .

b/ Với x = 1 thì giá trị của phân thức là :  .

c/ Với x = 2 thì giá trị của phân thức là :  .

Với x = -2 thì giá trị của phân thức là : .

|  |
| --- |
| Dạng 2: Chứng minh hai phân thức bằng nhau. |
| Hai phân thức  và  được gọi là bằng nhau nếu . |

**Ví dụ 3.** Cho cặp phân thức  và  với . Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

*Lời giải:*

Ta có : 



Suy ra : 

Nên  = .

|  |
| --- |
| Dạng 3: Rút gọn phân thức. |
| Muốn rút gọn một phân thức, ta làm theo 2 bước :   * Bước 1: Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần). * Bước 2: Tìm nhân tử chung của tử và mẫu rồi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó. |

**Ví dụ 4.** Rút gọn các phân thức sau

a) .

b) .

c) .

*Lời giải:*

a/ .

b/ .

c/ .

**Ví dụ 5.** Rút gọn các phân thức sau

a) .

b) .

*Lời giải:*

a/ 

b/ 

|  |
| --- |
| Dạng 4: Quy đồng mẫu nhiều phân thức. |
| * Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi điều kiện để giá trị của phân thức được xác định. * Để tìm giá trị phân thức ta thay giá trị của biến vào phân thức và thực hiện phép tính. |

**Ví dụ 7.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  và . ĐS: ;.

b)  và . ĐS: ;.

c)  và . ĐS: ;.

d)  và . ĐS: ;.

e)  và . ĐS: ; .

|  |
| --- |
| Dạng 5: Bài toán thực tế về phân thức đại số |
| * Vận dụng các kiến thức liên quan để giải quyêt bài toán thực tế . |

**Ví dụ 8.**

Cho hình chữ nhật ABCD và hình vuông *EFGH* như hình bên dưới. *(các số đo trên hình tính theo centimet).*

**

a/ Viết phân thức biểu thị tỉ số diện tích hình vuông và diện tích hình chữ nhật ABCD.

Cho biết tử thức và mẫu thức của phân thức vừa tìm được.

b/ Tính giá trị của phân thức đó tại *x = 2; y = 8*

*Lời giải:*

a/ Diện tích hình vuông EFGH là : 

Diện tích hình chữ nhật ABCD là : 

Phân thức biểu thị tỉ số diện tích hình vuông và diện tích hình chữ nhật ABCD là :

 .

Tử thức là x; mẫu thức là 2y

b/ Giá trị của phân thức đó tại x = 2; y = 8 là :



**Ví dụ 9.**

Một vườn cây có  cây, trong đó có  cây lấy gỗ còn lại cây ăn quả.

a/ Viết phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả.

b/ Tính giá trị của phân thức đã cho đó tại *x = 100; y = 10.*

*Lời giải:*

a/ Số cây ăn quả là :  (cây).

Phân thức biểu thị tỉ số cây lấy gỗ và số cây ăn quả là :  .

b/ Ta có : .

Giá trị của phân thức đó tại *x = 100; y = 10* là :



**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1.** Chứng minh các đẳng thức sau

a)  với . b)  với .

c)  với . d)  với .

**Bài 2.** Cho ba phân thức bên dưới .Phân thức nào bằng nhau ?

.

**Bài 3.** Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a)  với . ĐS: .

b)  với . ĐS: .

c)  với . ĐS: .

d)  với . ĐS: .

**Bài 4.** Hãy điền một đa thức thích hợp vào các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a)  với . ĐS: .

b)  với . ĐS: .

c)  với . ĐS: .

d)  với . ĐS: .

**Bài 5.** Hãy điền một đa thức thích hợp vài các chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau

a)  với . ĐS: .

b)  với . ĐS: .

c)  với . ĐS: .

d)  với . ĐS: .

**Bài 6.** Hoàn thành chuỗi đẳng thức sau:



ĐS:  và .

**Bài 7.** Tính giá trị của phân thức

a)  với  tại . ĐS: .

b)  với  tại . ĐS: .

c)  với  tại . ĐS: .

d)  với  tại . ĐS: ;.

**Bài 8.** Tính giá trị của phân thức

a)  với  tại . ĐS: .

b)  với  tại . ĐS: .

c)  với  tại . ĐS: ;.

d)  với  tại . ĐS: ;.

**Bài 9.** Cho cặp phân thức  và  với . Chứng tỏ cặp phân thức trên bằng nhau.

**Bài 10.** Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, chứng tỏ rằng:

a) ; b) ; c) .

**Bài 11.** Chứng minh đẳng thức: .

**Bài 12.** Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, hãy tìm đa thức  trong đẳng thức



**Bài 13.** Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy điền một đa thức thích hợp vào chỗ trống trong đẳng thức



**Bài 14.**

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức .

b) Tìm giá trị lớn nhất của phân thức .

**Bài 15.** Tìm giá trị lớn nhất của .

**Bài 16.**

a) Tìm đa thức , cho biết .

b) Tìm đa thức , cho biết .

**Bài 17.** Tìm giá trị lớn nhất của phân thức , biết .

**Bài 18.** Tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức , biết .

**Bài 19.** Tìm giá trị nguyên của  để phân thức  nhận giá trị nguyên.

**Bài 20.** Hãy biến đổi hai phân thức  và  để được hai phân thức có cùng tử thức.

**Bài 21.** Rút gọn các phân thức sau

a) . ĐS: . b) . ĐS: .

c) . ĐS: . d) . ĐS: .

**Bài 22.** Rút gọn các phân thức sau

a) . ĐS: .

b) . ĐS: .

**Bài 23.** Cho phân thức .

a) Rút gọn biểu thức. ĐS: .

b) Tính giá trị của phân thức tại . ĐS: .

**Bài 24.** Chứng minh đẳng thức .

**Bài 25.** Chứng tỏ rằng hai phân thức  và  bằng nhau.

**Bài 26.** Rút gọn các phân thức sau

a) . ĐS: .

b) . ĐS: .

c) . ĐS: .

d) . ĐS: .

**Bài 27.** Rút gọn các phân thức sau

a) . ĐS: .

b) . ĐS: .

**Bài 28.** Rút gọn phân thức:

a) ; b) .

**Bài 29.** Rút gọn phân thức

a) ; b) .

**Bài 30.** Rút gọn phân thức:

a) ; b) ; c) ; d) .

**Bài 31.** Rút gọn biểu thức sau:

a) ; b) ; c) .

**Bài 32.**

a) Cho biểu thức . Tính giá trị biểu thức  với .

b) Cho . Tính giá trị biểu thức  với .

**Bài 33.** Nếu  và  thì  bằng bao nhiêu?

**Bài 34.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  và . ĐS: ; .

b)  và . ĐS: ; .

**Bài 35.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  và . ĐS: ; .

b)  và . ĐS: ; .

**Bài 36.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  ; và . ĐS: .

b)  ; và . ĐS: ; ; .

c)  ; và . ĐS: ; ; .

d)  ; và . ĐS: ; ; .

**Bài 37.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  và . ĐS: ; .

b)  và . ĐS: ; .

c)  và . ĐS: ; .

d)  và . ĐS: ; .

e)  và . ĐS: ; .

**Bài 38.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  và . ĐS:  ;  .

b)  và . ĐS:  ;  .

**Bài 39.** Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  và . ĐS: ;.

b)  và . ĐS: ;.

**Bài 40.** Đưa các phân thức sau về cùng mẫu thức:

a)  ; và . ĐS: .

b)  ; và . ĐS: ; ; .

c)  ; và . ĐS: ; ; .

d)  ; và . ĐS: ; ; .

**Bài 41.** Tìm mẫu thức chung của hai phân thức: 

**Bài 42.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a) ; b) .

**Bài 43.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a) ; b) .

**Bài 44.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a) ; b) .

**Bài 45.** Cho hai phân thức  và  với .

a) Hãy xác định  và  biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là . ĐS: .

b) Với  và  tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là .

ĐS:  và ;  và .

**Bài 46.** Cho hai phân thức  và  với .

a) Hãy xác định  và  biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là . ĐS: .

b) Với  và  tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là .

ĐS:  và ;  và .

**Bài 47.** Cho hai phân thức  và  với .

a) Hãy xác định  và  biết rằng khi quy đồng mẫu thức chúng trở thành những phân thức có mẫu thức chung là . ĐS: ; .

b) Với  và  tìm được hãy viết hai phân thức đã cho và hai phân thức thu được sau khi quy đồng với mẫu thức chung là .

ĐS:  và ;  và .